

Isolated singularities defined by weighted homogeneous polynomials

著者	Yoshinaga Itsuo
内容記述	Thesis--University of Tsukuba, D.Sc.(B), no. 188, 1984. 3. 22
発行年	1983
URL	http://hdl.handle.net/2241/5844

氏 名 (本 籍)	よし 吉	なが 永	いつ 悦	お 男 (東京都)
学 位 の 種 類	理	学	博	士
学 位 記 番 号	博 乙 第 188 号			
学 位 授 与 年 月 日	昭 和 59 年 3 月 22 日			
学 位 授 与 の 要 件	学 位 規 則 第 5 条 第 2 項 該 当			
審 査 研 究 科	数 学 研 究 科			
学 位 論 文 題 目	Isolated singularities defined by weighted homogeneous polynomials (擬齊次多項式で定義された孤立特異性)			
主 査	筑波大学教授	理学博士	高 橋 恒 郎	
副 査	筑波大学教授	理学博士	児 玉 之 宏	
副 査	筑波大学教授	理学博士	松 村 睦 豪	
副 査	筑波大学教授	理学博士	宮 下 庸 一	

論 文 の 要 旨

特異点の研究は多変数正則関数または可微分関数の研究において重要な部分である。

本論文においては、擬齊次多項式の孤立特異点を研究している。著者の研究目標は、擬齊次多項式のweightsの位相不変性を証明することにある。これについて、本論文において、主定理をはじめ、いくつかの肯定的定理を証明している。

第1章では、著者のこれまでの研究をまとめたもので、inner modalityによる擬齊次多項式の分類を与え、V. I. Arnol'dの予想「inner modalityとmodalityは等しい」をinner modalityが2つの場合について証明している。

第二章が本論文の主要部分である。

$f: (C^n, O) \rightarrow (C, O)$ を原点で孤立特異点をもつ n 変数正則関数とし、十分小さな正の ε に対して

$$S_\varepsilon^{2n-1} = \{Z = (Z_1, Z_2, \dots, Z_n) \in C^n \mid |Z_1|^2 + \dots + |Z_n|^2 = \varepsilon^2\}$$

$$K_f = \{Z \in S_\varepsilon^{2n-1} \mid f(Z) = 0\}$$

とするとき、 $S_\varepsilon^{2n-1} \setminus K_f \rightarrow S^1$ なる写像 $Z \mapsto f(Z) / |f(Z)|$ が局所自明なfibrationになる。このfibrationのgeneral fibreを F とし、fibrationから導かれる F 上の位相同型写像を h とする。このとき、線型同型写像 $h_*: H_{n-1}(F, C) \rightarrow H_{n-1}(F, C)$ の特性多項式 $\det(tI_* - h_*)$ を f の特性多項式といい、 $\Delta_f(t)$ で書わす。

$f(Z) = \sum a_{i_1 \cdots i_n} Z_1^{i_1} \cdots Z_n^{i_n}$ なる n 変数の多項式に対し n 個の正の有理数の組 (r_1, \dots, r_n) で $i_1 r_1 + \cdots + i_n r_n = 1$ をみたすものが存在するとき、 $f(z)$ を $\text{weights } (r_1, \dots, r_n)$ の擬斉次多項式という。本論文の主定理は次のようである。

定理 II. 3. 2. $f(z)$, $g(z)$ をそれぞれ weights が $(a_1/b_1, \dots, a_n/b_n)$ および $(c_1/d_1, \dots, c_n/d_n)$ である原点を孤立特異点とする擬斉次多項式とすると、 $\Delta f(t) = \Delta g(t)$ となるための必要十分な条件は次の (1), (2) が成り立つことである。

(1) 集合として $\{2, b_1, b_2, \dots, b_n\} = \{2, d_1, d_2, \dots, d_n\}$

(2) 任意の自然数 b に対して $\prod_{b_1=b} (1 - \frac{b_1}{a_1}) = \prod_{d_1=b} (1 - \frac{d_1}{c_1})$

ただし $a_1/b_1, c_1/d_1$ は既約分数とする。

この主定理から $(2, b_1, \dots, b_n)$ と $\prod_{b_1=b} (1 - \frac{b_1}{a_1})$ が位相不変量であることがわかる

(系 II. 1. 2. 3.)。

更に次の 2 つの結果が得られる。

系 II. 3. 4. *Brieskorn-Pham* 型の特異点の範囲において、 weights は位相不変量である。

定理. 4. 7. 平面曲線の孤立特異点を定義する擬斉次多項式の weights は位相不変量である。

本論文ではさらに、いくつかの実例を作って、3 変数の場合には位相だけから weights が定まるという *P. Orlik* 達の定理が 3 変数以上の場合には成り立たないことを示している。

審 査 の 要 旨

著者はこれまでも擬擬斉次多項式の特異点のまわりの位相と特性多項式と weights の相互関係を明らかにしようと研究を重ねてきている。 weights から特異点のまわりの位相が決まること、特異点のまわりの位相によって特性多項式が決まること、 weights から特性多項式が決まることはわかっていった。本論文において、著者は特性多項式と weights との関係を完全に決定し、一般には特性多項式だけから weights が完全に決まらないが、ほぼ決まることを示した。特性多項式が等しくても weights が異なる例は著者と鈴木氏との共著の論文において既に示されているので、本論文の結果はこの方面の研究において殆んど決定的な結果であるといえよう。

著者の研究は他の研究者の研究結果の単なる拡張というものでなく、その背後にぼう大な量の計算と実例による検証という仕事があつて初めて得られたものである。本論文は特異点の研究に大きな貢献をなしたものであることは疑いのないものであり、多くの砲究者から高く評価されている。

よって、著者は理学博士の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。